PENGEMBANGAN DESAIN DIDAKTIS PRA-ALJABAR UNTUK MEMBANGUN LEARNING TRAJECTORY OF ALGEBRA PADA SISWA SMP KELAS VII

Lia Ardiansari[1], Annisa Nur Ramadhani[2]
lauragazebo@yahoo.co.id[1], nisa_mathematic@yahoo.com[2]
Universitas Bakti Indonesia

Abstract

The purpose of this research is to formulate or devise a design concept form didaktis algebra and its elements as well as perform operations on algebraic forms based on the learning obstacles that have plagued previous learning students. The design used as learning trajectory of thinking arithmetic to algebraic thinking, researchers call it with pre-algebra. Learning obstacles which will be tested in this study i.e. ontogenic obstacle, didactical obstacle and epistemological obstacle. From the results of the analysis, the researchers offer an expected learning design can minimize barriers to learning (learning obstacles). Design didaktis offered based on the results of such research are compiled based on didactical design research with stages starting from the granting of initial concept in arithmetic, trajectory (liaison), namely the stage of pre-algebra, then the concept of the end (final concept) algebraic formally.

Keywords: *learning trajectory, design didaktis, pra-aljabar, the design of learning materials*

PENDAHULUAN

Materi aljabar sangat penting dipahami oleh siswa sebagai pondasi dasar membangun kemampuan siswa berpikir abstrak. Pada tingkat ini, siswa mulai mengalami perubahan yang signifikan dalam proses berpikir yaitu dari berpikir aritmatik menjadi berpikir aljabar (abstrak). Adanya perubahan yang signifikan dalam proses berpikir tersebut membuat materi aljabar dirasa sulit oleh kebanyakan siswa SMP. Hal serupa diungkapkan oleh Radford (2012 : 1) bahwa aljabar merupakan salah satu cabang yang paling menakutkan dari matematika sekolah. Seperti yang diakui oleh salah satu calon guru, ketika diberikan pertanyaan dari pengalaman masa lalunya dengan matematika, semuanya berjalan baik sampai ia bertemu aljabar di SMP. Tiba-tiba, ia menemukandirinya dihadapkan sebuah bahasa simbolik yang abstrak sebagaimana dikemukakannya bahwa:

> *Algebra is one of the most frightening branches of school mathematics. As one prospective teacher confessed,*

prompted by the question of his past experience with mathematics, everything was going well until he met algebra in junior high school. Suddenly, he found himself in front of an abstract symbolic language, the meaning of which he could not grasp—. Radford (2012 : 1)

Penelitian internasional dalam pendidikan matematika, dan khususnya mengenai pengajaran atau belajar aljabar dan kesulitannya, pada beragam usia dari tingkat junior hingga universitas, telah menunjukkan suatu kebingungan metode pengajaran tradisional. Selama dua puluh tahun terakhir, penelitian telah terfokuskan pada sejumlah besar kemungkinan pendekatan 'makna' dari proses aljabar dan unsur-unsurnya sebagaimana dikemukakan oleh Malara & Navarra (2002 : 228) berikut.

International research in mathematics education, and in particular regarding algebraic teaching/ learningand its difficulties, – at diverse ages from junior levels through to university – have underlined a widespread traditional teaching method quandary. Over the past twenty years, research has focalizedon a large number of possible approaches that increment the meaning of the algebraic processesand objects.

Berdasarkan studi yang telah dilakukan yaitu dengan memberikan beberapa soal kepada 198 siswa SMP kelas VII dan VIII tentang mengenali bentuk aljabar dan unsur-unsurnya serta melakukan operasi pada bentuk aljabar, peneliti memperoleh fakta-fakta tentang adanya *learning obstacles* (hambatan-hambtan belajar) yang dialami oleh siswa dalam mempelajari materi aljabar. Penelitian yang dilakukan adalah memberikan soal tes mengenai materi aljabar. Hasil jawaban siswa dari pelaksanaan tes tersebut kemudian dianalisis secara mendalam, kemudian peneliti menentukan beberapa siswa untuk melakukan wawancara dengan tujuan untuk mengkonfirmasikan pemikiran siswa saat menjawab soal dan mengetahui lebih mendalam tentang kesulitan yang dialami. Hasil jawaban dari tes tertulis dan wawancara tersebut menjadi dasar peneliti untuk menentukan *learning obstacles* yang dialami oleh siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar. *Learning obstacles* tersebut menurut Brousseau (1997: 86) dapat disebabkan oleh beberapa faktor, yaitu *ontogenic obstacle* yaitu kesulitan belajar yang disebabkan oleh kurangnya kesiapan belajar atau kurangnya aspek psikologi, *didactical obstacle*yaitu hambatan yang terjadi karena adanya ketidaksesuaian metode pembelajaran yang digunakan, *epistemological obstacle* yaitu hambatan yang terjadi akibat keterbatasan siswa pada konteks tertentu.

Hasil analisis *learning obstacles* yang diperoleh kemudian digunakan sebagai dasar atau landasan untuk menyusun desain didaktis tentang konsep aljabar yang mampu meminimalkan *learning obstacles* tersebut. Desain didaktis tersebut merupakan desain didaktis hipotesis yang berupa lembar kegiatan pembelajaran siswa yang mencakup situasi didaktis, prediksi respon siswa dan antisipasi respon siswa yang bertujuan untuk membangun *learning trajectory* yang diharapkan dapat membantu proses berpikir siswa. *Learning trajectory* tersebut diberikan secara fungsional (sesuai dengan prediksi respon siswa dan antisipasi respon siswa) dan secara struktural (urutan konsep yang diberikan).

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 198 siswa yang diteliti, terdapat 126 siswa yang mengalami *ontogenic obstacle,* 59 siswa mengalami *didactical obstacle,* 71 siswa mengalami *epistemological obstacle,* 28 siswa mengalami *ontogenic obstacle* dan *didactical obstacle,* 9 siswa mengalami *didactical obstacle* dan *epistemological obstacle,* 28 siswa mengalami *ontogenic obstacle* dan *epistemological obstacle,* 16 siswa mengalami *ontogenic obstacle, didactical obstacle* dan *epistemological obstacle,* dan sejumlah 39 siswa tidak mengalami hambatan *ontogenic obstacle, didactical obstacle* ataupun *epistemological obstacle.* Berikut akan dipaparkan mengenai contoh-contoh dan pembahasan dari *learning obstacles* yang telah ditemukan.

a. *Ontogenic obstacle*

Berikut adalah salah satu contoh dari *ontogenic obstacle* yang ditemukan dalam melakukan operasi pembagian pada pecahan bentuk aljabar. Dalam lima buku paket matematika SMP yang dianalisis, seluruhnya menjelaskan bahwa untuk melakukan operasi pembagian pada pecahan bentuk aljabar adalah dengan cara ”membalikkan” penyebut pembagi menjadi pembilang seperti dalam kutipan dari salah satu buku paket SMP berikut.

> Untuk melakukan pembagian pecahan aljabar, kita mengingat kembali pembahasan pecahan secara aritmetika berikut ini.
>
> Pembagian Perkalian
>
> $$\frac{a}{b}:\frac{c}{d} = \frac{a}{b}\times\frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$
>
> Proses pembagian pecahan:
>
> (i) Balik penyebut pembagi menjadi pembilang dan pembilang pembagi menjadi penyebut.
>
> (ii) Kalikan pecahan yang dibagi dengan hasil dari proses (i).

Pada proses melakukan operasi pembagian pada pecahan bentuk aljabar, banyak siswa yang telah menerapkan cara tersebut. Namun, masih banyak pula siswa yang mengalami kesalahan. Salah satunya adalah kesalahan dikarenakan informasi yang ia tangkap masih sebatas prosedural tanpa pemahaman konsep. Misalnya kesalahan yang dilakukan oleh siswa sebagai berikut.

$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}$ langkah 1
$=\frac{bd}{ac}$ langkah 2

Dari contoh tersebut, terlihat bahwa siswa hanya menghafalkan prosedur bahwa dalam melakukan operasi pembagian pecahan adalah dengan cara ”membalikkan” pecahan. Hanya saja informasi yang ia hafalkan atau ingat tidak utuh, sehingga ia ”membalikkan” kedua pecahan yaitu pecahan yang dibagi dan pecahan pembagi. Pada langkah 1, siswa membalik penyebut menjadi pembilang pada kedua pecahan kemudian pada langkah 2 mengalikan pecahan sesuai dengan prosedur (ii).

Selain kesalahan tersebut, terdapat kesalahan lain yaitu siswa menjawab soal tersebut dengan cara mengganti masing-masing nilai dari a, b, c dan d dengan angka-angka hingga terbentuk suatu bilangan pecahan sebagai berikut.

$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{1}{3}:\frac{2}{5}$ langkah 1
$=\frac{1}{3}\times\frac{5}{2}$ langkah 2
$=\frac{5}{6}$ langkah 3

Ketika peneliti melakukan wawancara terhadap siswa yang bersangkutan, siswa mengaku bahwa ia mengubahnya menjadi suatu bilangan agar dapat diselesaikan. Melihat apa yang dikerjakannya dari langkah 1 sampai langkah 3, siswa tersebut telah menguasai prosedur dengan sangat baik dalam menyelesaikan soal pembagian pada bilangan pecahan. Peneliti menduga adanya *ontogenic obstacle* karena siswa telah mahir dalam aritmatika namun belum mampu membuat penyesuaian dalam transisi dari aritmatika ke aljabar.

Penyebab dari kesulitan ini dapat dilihat dari berbagai hal, antara lain disebabkan ketidakcermatan dalam membaca, ketidakcermatan dalam berpikir, kelemahan dalam analisis masalah, kekuranggigihan. Banyak siswa yang meremehkan masalah yang mudah sehingga siswa menentukan jawaban secara sembarangan atau memilih jawaban berdasarkan intuisi belaka yaitu menggunakan perasaan dalam mencoba menebak jawaban, menyelesaikan masalah hanya secara teknis belaka tanpa pemikiran atau berpikir nalar hanya pada sebagian kecil dari masalah, kemudian menyerah. Selain itu juga dikarenakan kepercayaan diri yang rendah yaitu kurangnya rasapercaya diri siswa dan sikap berani mengambil resiko untuk menyelesaikanmasalah sesuai kemampuan, serta sikap yangmenganggap penyelesaian suatu masalah matematika terlalu sulit,termasuk bagian dari apa yang disebut kecemasan matematika.

b. *Epistemological obstacle*

Misalkan untuk soal (i) dan (ii) berikut.

i. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ langkah 1
$= a^2 + ab + ab + b^2$ langkah 2
$= a^2 + 2ab + b^2$ langkah 3

ii. $yz + 6zy + 2yz - zy + 2 = (yz + 2yz) + (6zy - zy) + 2$ langkah 1
$= 3yz + 5zy + 2$ langkah 2

Ketika siswa dapat menjawab soal (i) dengan benar hingga langkah 3, kemudian menjawab soal (ii) berhenti pada langkah 2, maka dapat diartikan bahwa siswa mengalami *epistemological obstacle*. Hal ini disebabkan karena siswa mengalami keterbatasan konteks dalam menentukan suku-suku sejenis yaitu pada saat menyelesaikan soal (i), siswa dapat menentukan bahwa *ab* dan *ab* adalah suku sejenis, namun pada saat dihadapkan pada konteks berbeda pada soal (ii), *yz* dan *zy* bagi siswa adalah bukan suku sejenis. Padahal kedua soal tersebut serupa, yaitu memuat suku-suku dengan variabel terdiri dari dua huruf.

Learning obstacle ini diduga disebabkan karena latihan soal (permasalahan) yang diberikan kurang bervariasi sehingga kurang memberikan pengalaman belajar kepada siswa. Oleh karena itu menimbulkan ketidakmampuan siswa untuk melihat masalah yang biasa dengan cara atau pendekatan yang baru atau tidak biasa, ketidakcermatan dalam membaca, ketidakcermatan dalam berpikir, kelemahan dalam analisis masalah, kurang latihan menyelesaikan soal cerita dan kurang latihan menyelesaikan soal dengan berbagai konteks berkaitan dengan materi bentuk aljabar sehingga siswa tidak mampu memanipulasi langkah penyelesaian.

c. *Didactical obstacle*

Salah satu contoh munculnya dugaan adanya *didactical obstacle* adalah pada soal tentang perpangkatan bentuk aljabar suku dua. Dari lima buku paket matematika yang dianalisis, dua buku menyajikan konsep perpangkatan bentuk aljabar suku dua dengan cara tunggal yaitu menggunakan segitiga Pascal sebagai berikut.

> Pada perpangkatan bentuk aljabar suku dua, koefisien tiap suku ditentukan menurut segitiga Pascal. Misalkan kita akan menentukan pola koefisien pada penjabaran bentuk aljabar suku dua $(\mathrm{a}+\mathrm{b})^{\mathrm{n}}$ dengan n bilangan asli.

Kemudian diberikan uraian contoh menjabarkan perpangkatan bentuk aljabar suku dua dengan menerapkan pola segitiga Pascal. Setelah itu diberikan contoh soal dan contoh penyelesaiannya. Penyajian konsep seperti dalam kedua buku paket tersebut, menyebabkan kesulitan siswa dalam mempelajari materi aljabar sub pokok bahasan perpangkatan bentuk aljabar suku dua sebagaimana contoh berikut.

i. $(a+b)^2 = 1a^2 + b \times 2a^1 + b^1 \times 1a + b^2$
ii. $(a+b)^3 = 1a^3 + b \times 3a^2 + b^1 \times 3a^1 + b^2 \times 1a + b^3$
iii. $(a-b)^2 = 1a^2 - b \times 2a^1 - b^1 \times \ 1a - b^2$

Pada contoh tersebut, terlihat bahwa siswa mencoba menjawab soal dengan menerapkan segitiga Pascal seperti yang dijelaskan dalam buku paket. Bahkan, saat pertama kali melihat soal (i-iii), siswa langsung terpikirkan cara menyelesaikannya dengan menggunakan segitiga Pascal. Setelah peneliti bertanya lebih mendalam kepada siswa (responden), memang hanya cara itulah satu-satunya yang mereka tahu. Bahkan siswa-siswa tersebut tidak mengetahui bahwa bentuk tersebut berupa perpangkatan yang berarti perkalian berulang sebanyak pangkatnya. Sesuai dengan pemaparan terseput, peneliti menyimpulkan bahwa kesulitan siswa mengalami hambatan karena adanya ketidaksesuaian metode pembelajaran yang digunakanatau *didactical obstacle*.

Fakta-fakta munculnya *didactical obstacle* diantaranya karena desain didaktis yang disajikan menggunakan ”cara cepat” sehingga kurang memberikan pemahaman konsep bagi siswa, desain didaktis yang disajikan dalam bentuk final (jadi) sehingga kurang memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggali pemahamannya, memuat suatu ”loncatan” yang cukup besar sehingga kurang memperhatikan proses kognitif siswa sehingga siswa masih mengalami banyak kesulitan dalam melakukan penyesuaian dari berpikir aritmatika menuju berpikir aljabar (abstrak), konsep yang disajikan tidak sistematis, serta kurang mendukung pemahaman yang tuntas atas materi yang dipelajari.

Dari hasil analisis jawaban siswa, hasil analisis buku paket, hasil wawancara, hasil pembahasan *learning obstacles* yang ditemukan dan pemaparan tersebut, maka peneliti menawarkan suatu desain didaktis hipotesis bahan ajar materi aljabar di SMP yang diawali dari aritmatika. Sesuai dengan kurikulum di sekolah, aritmatika telah diajarkan kepada siswa sejak di Sekolah Dasar. Pada siswa SMP kelas VII, aritmatika diberikan pada awal semester pertama kemudian dilanjutkan dengan materi aljabar. Sehingga dapat dikatakan bahwa siswa telah memiliki kemampuan aritmatika sebelum diperkenalkan pada materi aljabar. Artinya, menurut Radford (2012) pemikiran aritmatika telah diasumsikan menjadi prasyarat bagi kemunculan dan perkembangan berpikir aljabar.

Menurut Kieran (Kieran, 2004 : 142-143) berpikiraljabardapat diartikansebagai pendekatan untuk situasi kuantitatif yang menekankan aspek relasional umum dengan alat-alat yang tidak selalu simbolis huruf, tetapi yang pada akhirnya dapat digunakan sebagai dukungan kognitif untuk memperkenalkan dan mempertahankan wacana aljabar sekolah yang lebih tradisional. Lebih lanjut, Kieran (2004 : 143) berpendapat bahwa aljabar menekankan hubungan antara kuantitas, termasuk fungsi, cara untuk mewakili hubungan matematika, dan analisis perubahan. Hubungan fungsional dapat dinyatakan dengan menggunakan notasi simbolis, yang memungkinkan ide-ide matematika yang kompleks untuk diekspresikan secara ringkas dan perubahan yang akan dianalisis secara efisien. Misalnya, pengalaman sistematis dengan pola dapat membangun untuk memahami ide fungsi, dan pengalaman dengan angka dan sifat meletakkan dasar untuk kemudian bekerja dengan simbol dan ekspresi aljabar.

Karena bentuk aljabar mengharuskan siswa bekerja dengan simbol-simbol (angka, huruf dan tanda operasi hitung) maka penting bagi siswa untuk dapat menggunakan dan menafsirkan simbol-simbol untuk dapat menumbuhkan *sense* berpikir aljabar. Lewis, dkk. (1998) menyatakan bahwa aljabar telah digambarkan sebagai muncul dari aritmatika dan pengetahuan awal siswa yaitu simbol, operasi, dan hukum yang diperpanjang menjadi abstraksi. Selain itu fungsi operasi juga harus diperpanjang dan pengetahuan baru berasimilasi dalam kerangka kerja aljabar. Menurut Kieran(2004 : 140) bahwa kegiatan aljabar melibatkan pembentukan ekspresi dan persamaan yang merupakanobjekaljabar. Dalam transisi dari aritmatika ke aljabar, siswa harus membuat banyak penyesuaian, bahkan para pelajar yang cukup mahir dalam aritmatika. Saat ini, misalnya, aritmatika sekolah dasar cenderung berorientasi menjawab dan tidak fokus pada representasi hubungan. Siswa mulai aljabar, untuk penjumlahan seperti 8 + 5 adalah tanda untuk menghitung, biasanya siswa akan mengevaluasi dan kemudian, misalnya, menulis 13 untuk kotak dalam persamaan 8 + 5 = + 9 bukan yang benar nilai 4. Ketika tanda sama hadir, mereka memperlakukannya sebagai pemisah antara masalah dan solusi, mengambil sebagai tanda untuk menulis hasil melakukan operasi yang ditunjukkan di sebelah kiri tanda. Atau, ketika melakukan urutan perhitungan, siswa sering memperlakukan tanda sama sebagai tanda hubung kiri-ke-kanan. Siswa yang berorientasi pada perhitungan juga bingung dengan ekspresi seperti $x + 3$; mereka berpikir bahwa mereka harus dapat melakukan sesuatu dengan itu, tapi tidak yakin apa yang mungkin. Demikian pula, dalam memecahkan masalah seperti "Ketika 3 ditambahkan 5 kali jumlah tertentu, jumlahnya adalah 38", siswa yang muncul dari aritmatika akan mengurangi 3 dari 38 dan kemudian bagi dengan 5 - kegagalannya dalam urutan terbalik, karena mereka telah diajarkan, operasi dinyatakan dalam teks masalah. Sebaliknya, mereka akan diajarkan di kelas aljabar awal yang mewakili hubungan dalam situasi dengan menggunakan operasi menyatakan: $5x + 3 = 38$.

Berdasarkan uraian tersebut, Kieran (2004 : 140-141) menjelaskan bahwa siswa yang beroperasi dalam kerangka aritmatika cenderung tidak melihat aspek relasional operasi, fokus mereka adalah pada perhitungan. Dengan demikian, penyesuaian yang cukup diperlukan dalam mengembangkan cara berpikir aljabar, yang mencakup, tetapi tidak terbatas pada:

1. Fokus pada hubungan dan tidak hanya pada perhitungan jawaban numerik.
2. Fokus pada operasi serta invers mereka, dan pada gagasan terkait melakukan/tidak melakukan.
3. Fokus pada poin kedua merepresentasikan dan memecahkan masalah daripada sekedar memecahkan masalah itu.
4. Fokus pada angka dan huruf, bukan pada angka saja. Ini termasuk:
   (i) bekerja sama dengan huruf yang terkadang menjadi sesuatu yang tidak diketahui, variabel, atau parameter;
   (ii) menerima ekspresi literal tertutup sebagai respon;
   (iii) membandingkan ekspresi untuk kesetaraan berdasarkan sifat daripada evaluasi numerik;
5. R*efocusing* tentang makna tanda sama dengan (=).

Linchevski (dalam Lewis : 1998) memberikan penjelasan bahwa pra-aljabar sebagai menggabungkan substitusi angka untuk huruf dan memungkinkan siswa untuk membangun skema kognitif melalui kegiatan reflektif dan prosedur spontan. Berbeda dengan ini, Bell (dalam Lewis : 1998) mengusulkan enam hipotesis tentang pemikiran aljabar. Ini termasuk: resolusi masalah aritmatika kompleks dengan metode kerja *step by step* dari data yang diberikan menuju apa yang diketahui atau persepsi global dan penggunaan beberapa hubungan aritmatika; pengakuan dan penggunaan properti umum dari sistem bilangan dan operasinya; dan penggunaan bahasa simbolik yang dimanipulasi untuk membantu pekerjaan ini.

Malara dan Navarra (2002 : 228) mengungkapkan bahwa masalah didaktis tentang aljabar dasar dapat diidentifikasi pada tingkat pembangunan:(a) pengetahuan aritmatika dasar; (b) pengetahuan aljabar. Tingkat pertama (kira-kira yang sesuai dengan usia antara 6 sampai 12 tahun) tidak memberikanperhatian yang cukup ke bagian aljabar; tingkat kedua (sekitar usia 13 tahun) cenderung berkonsentrasi berlebihan pada proses perhitungan. Hasilnya adalah bahwa pemikiran aljabar tidak dibangun secara progresif sebagai alat pemikiran sejajar dengan aritmatika, tetapi berturut-turut untuk aritmatika,sehingga semua mekanisme manipulatif dan aspek komputasi yang disorot. Oleh karena itu aljabar kehilangan beberapa karakteristik esensialnya yaitu bahasa yang sesuai untuk menggambarkan realitas dan penalaran dan perkiraan instrumen ampuh melalui formula pengetahuan (atau hipotesis) tentang fenomena dan yang bersumber pada pengetahuan baru (dengan cara transformasi yang sesuai dengan formalisme aljabar) pada fenomena itu sendiri. Linchevski dan Herscovics (dalam Lewis : 1998). Mereka berargumen bahwa siswa melihat ekspresi aljabar sebagai proses komputasi dan menyarankan bahwa dalam mengajar, bukannya pindah dari ekspresi persamaan variabel, solusi persamaan linear aritmatika mungkin lebih cocok untuk awal belajar beroperasi pada atau dengan sesuatu yang tidak diketahui (*unknown*). Filloy dan Rojano (dalam Lewis : 1998) percaya kekhawatiran tersebut menunjukkan perlunya tingkat operasional 'pengetahuan pra-aljabar' antara aritmatika dan aljabar.

Berdasarkan uraian tersebut, maka desain didaktis yang ditawarkan adalah diawali dari aritmatika. Untuk menjembatani kesulitan dalam bergerak dari aritmatika ke aljabar bentuk penalaran yang memberikan dasar untuk beberapa perubahan dari belajar aritmatika, perubahan yang mendorong munculnya pemikiran aljabar, maka diberikan suatu *learning trajectory* tahap transisi yang peneliti sebut sebagai ‘pra-aljabar (*pre-algebra*)’. Pada tahap transisi tersebut, *learning trajectory* yang diberikan adalah secara fungsional dan struktural. Secara fungsional adalah dengan memperhatikan prediksi respon siswa dan antisipasi respon siswa sesuai dengan situasi didaktis yang diberikan. Secara struktural yaitu konsep yang disajikan bertahap dan menggunakan variasi konteks untuk memperkaya pengalaman belajar siswa. Agar konsep aljabar awal tertanam lebih kuat, diberikan latihan-latihan soal yang memiliki konteks variatif, melalui informasi secara langsung ataupun tidak langsung dan tingkat soal disusun secara hirarkis dari sederhana hingga kompleks sesuai dengan urutan materi yang diberikan.

METODE PENELITIAN

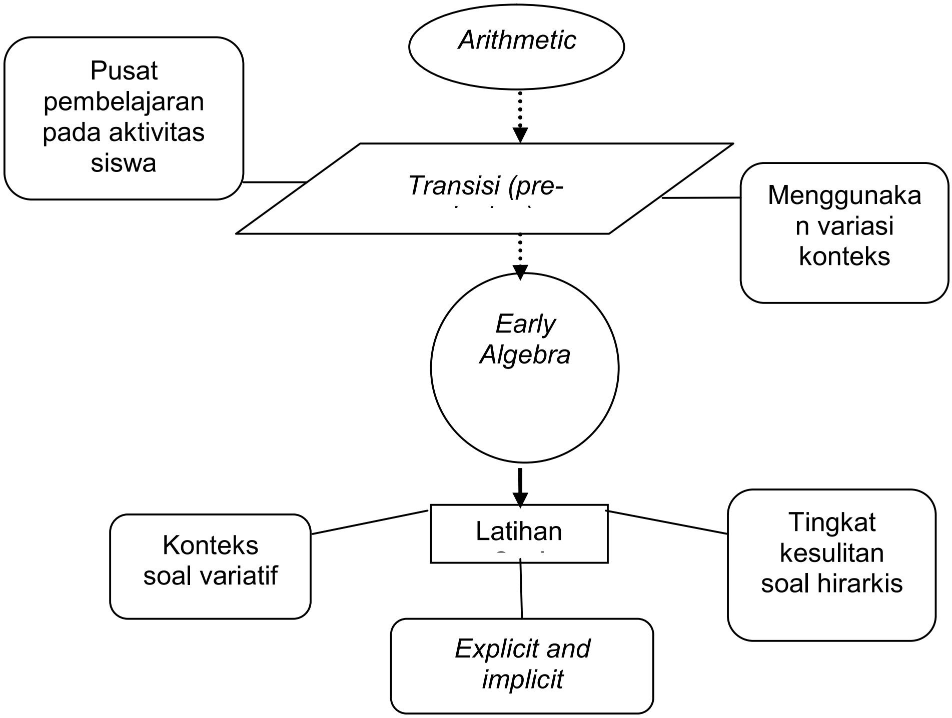
Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif. Penelitian kualitatif adalah penelitian yang bermaksud untuk memahami fenomena tentang apa yang dialami oleh subjek penelitian, misal perilaku, persepsi, motivasi, tindakan, dan lain-lain, secara holistik (utuh) dan dengan cara deskripsi dalam bentuk kata-kata dan bahasa, pada suatu konteks khusus yang alamiah dan dengan memanfaatkan berbagai metode alamiah (Moleong, 2009 : 6). Pendekatan penelitian kualitatif yang digunakan dalam penelitian ini adalah menekankan pada karakter penelitian deskriptif. Dimana dalam penelitian ini data yang dikumpulkan adalah berupa kata-kata, gambar, dan bukan berupa angka-angka (Moleong, 2009 : 11). Sesuai pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini maka analisis yang digunakan adalah secara induktif. Melalui pendekatan kualitatif ini, semua fakta baik lisan atau tulisan dari sumber data yang telah diamati dan dokumen yang terkait lainnya, dideskripsikan apa adanya. Peneliti akan merencanakan, merancang, melaksanakan, mengumpulkan, menganilisis data, meyimpulkan, dan membuat laporan penelitian (Moleong, 2009 : 168).

Penelitian ini dilakukan untuk merumuskan atau menyusun suatu desain didaktis yang didasarkan pada hasil penelitian terhadap *learning obstacles* siswa dalam proses pembelajaran yang telah berlangsung sebelumnya dan disesuaikan dengan karakteristik siswa. Diharapkan desain didaktis yang disusun dapat meminimalkan munculnya *learning obstacles* yang terjadi sebelumnya.

HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Untuk menjembatani kesulitan dalam bergerak dari aritmatika ke aljabar bentuk penalaran yang memberikan dasar untuk beberapa perubahan dari belajar aritmatika, perubahan yang mendorong munculnya pemikiran aljabar, maka diberikan suatu *learning trajectory* tahap transisi yang peneliti sebut sebagai ‘pra-aljabar (*pre-algebra*)’. Pada tahap transisi tersebut, *learning trajectory* yang diberikan adalah secara fungsional dan struktural. Secara fungsional adalah dengan memperhatikan prediksi respon siswa dan antisipasi respon siswa sesuai dengan situasi didaktis yang diberikan. Secara struktural yaitu konsep yang disajikan bertahap dan menggunakan variasi konteks untuk memperkaya pengalaman belajar siswa.

Pusat pembelajaran berada pada aktivitas siswa dengan harapan seperti dalam Turmudi (2009 : 19) suatu keadaan kelas yang siswanya aktif melakukan berbagai kegiatan yang berkaitan dengan matematika untuk membangun pemahaman matematika sedemikian sehingga matematika dipahami siswa bukan hanya dihafal (*rote learning*). Agar konsep aljabar awal tertanam lebih kuat, diberikan latihan-latihan soal yang memiliki konteks variatif, melalui informasi secara langsung ataupun tidak langsung dan tingkat soal disusun secara hirarkis dari sederhana hingga kompleks sesuai dengan urutan materi yang diberikan. Secara sistematis, desain didaktis hipotesis tersebut disajikan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Desain Didaktis Hipotesis yang Dikembangkan Berdasarkan Hasil Temuan Penelitian

Pada kesempatan ini, akan diuraikan beberapa contoh desain didaktis hipotesis yang dimaksud melalui Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1. Situasi Didaktis, Prediksi Respon Siswa dan Antisipasinya

No.	Situasi Didaktis	Respon Siswa	Antisipasi
1	*Konsep awal dari variabel* Buatlah kalimat matematis untuk mewakili masing-masing dari situasi berikut. 1. Ibu membeli beberapa apel dan membeli lagi tiga buah.	1.1 $A+3$ 1.2 $A+A=3$ 1.3 $2+3=5$ 1.4 $Apel\ +3$ 1.5 3 apel 1.6 Tidak menjawab 2.1 $A+3+2$ 2.2 $A+3=2$ 2.3 $2+3+2=7$	Pengembangan pemahaman siswa tentang variabel dengan melalui pemformalan aturan fungsional. Karena melalui permasalahan tentang hubungan fungsional memberikan

No.	Situasi Didaktis	Respon Siswa	Antisipasi
	2. Ibu membeli beberapa apel kemudian membeli lagi tiga buah apel dan sekarang membeli lagi dua buah apel. 3. Ibu membeli beberapa apel kemudian membeli lagi tiga buah apel dan sekarang ibu melipatgandakan (dua kali lipat) seluruh jumlah apel yang telah dibeli. Pertanyaan selanjutnya. Perhatikan bentuk berikut: $2K + 3$ 4. Dapatkah simbol *K* diganti dengan angka 4? Mengapa? 5. Dapatkah simbol *K* diganti dengan angka 30? Mengapa?	2.4 $Apel\ + 5$ 2.5 5 apel 2.6 Tidak menjawab 3.1 $(A+3) \times 2 = 2(A+3)$ 3.2 $A + 3 \times 2$ 3.3 $2 + 3 \times 2$ 3.4 $2 + 3 + 2$ 3.5 Tidak menjawab 4.1 Bisa diganti dengan angka 4 4.2 Tidak bisa diganti dengan angka 4 4.3 Tidak tahu 4.4. Tidak menjawab 5.1 Bisa diganti dengan angka 30 5.2 Tidak bisa diganti dengan angka 30 5.3 Tidak tahu 5.4 Tidak menjawab	kesempatan kepada siswa untuk membangun notasi dan memperluas pemahaman. Sehingga guru dapat memanfaatkan situasi ini untuk memperkenalkan aljabar. Misalnya dengan menjelaskan bahwa jumlah tak tentu dari ”beberapa” dapat dituliskan dengan suatu simbol. Untuk mempertegas hal itu, maka dapat dikaitkan dengan pertanyaan nomor 4, 5
2	*The Trajectory* 1. Ani sedang berada di sebuah toko buku, ia ingin membeli sebuah	1.1 $25000 - 19000 = 6000$ 1.2 $27000 - 19000 = 8000$ 1.3 $32000 -$	Guru membantu mengarahkan dengan memberikan pertanyaan misalnya:

No.	Situasi Didaktis	Respon Siswa	Antisipasi
	buku cerita. Ani membawa uang sejumlah Rp. 19.000. Jika Ani ingin membeli sebuah buku seharga Rp. 25.000, berapa banyak lagi uang yang dibutuhkan Ani untuk dapat membelinya? Bagaimana jika harga bukunya Rp. 27.000 atau Rp. 32.000 atau Rp. 40.000? Dapatkah kamu membantu memecahkan masalah Ani? Dapatkah kamu menemukan cara untuk menulis kalimat tersebut secara aljabar sehingga dapat digunakan untuk menentukan berapa banyak yang dibutuhkan untuk membeli sebuah buku berapapun harganya? 2. Suatu parkiran di arena bermain menerapkan aturan bahwa setiap motor yang masuk membayar	$19000 = 13000$ 1.4 $40000 - 19000 = 21000$ 1.5 $-19000 =$ 1.6 $-19000 = a$ 1.7 $+19000 = a$ 1.8 $b - 19000 = a$ 1.9 $b + 19000 = a$ 1.10 $a + b = 19000$ 1.11 $a : b = 19000$ 2.1 $500 + (15 \times 100)$ 2.2 $500 + (30 \times 100)$ 2.3 $500 + (50 \times 100)$ 2.4 $15 \times 100 + 500$ 2.3 $30 \times 100 + 500$ 2.4 $50 \times 100 + 500$ 2.5 15×100 2.6 $15 : 100$ 2.7 $P \times 100 + 500$ 2.8 $500 + (P \times 100)$ 3.1 $M = 15; Y = 15; B = 15$ 3.2 Dapat 3.3 Mungkin 3.4 Tidak dapat 3.5 Tidak menjawab	dapatkah kalian menentukan polanya? Bagaimana bila banyaknya "berapapun"? Dapatkah dituliskan dalam suatu bilangan? Apakah makna dari simbol itu? Dapatkah dua huruf dalam suatu persamaan merepresentasikan bilangan yang sama?

No.	Situasi Didaktis	Respon Siswa	Antisipasi
	Rp. 500 setiap kali masuk dan Rp.100 setiap satu menit. Berapa banyak yang harus dibayar jika 15 menit parkir? 30 menit? 50 menit? Dapatkah kamu menuliskannya secara aljabar sehingga dapat digunakan untuk menentukan berapa banyak yang dibayarkanberapa pun lama parkir? 3. Diketahui $M + M = 30$ dan $Y + B = 30$ a. Berapakah nilai *M*? Berapakah nilai *Y*? Berapakah nilai *B*? b. Dapatkah *Y* dan *B* bernilai 15? Mengapa?		
3	*Konsep akhir dari variabel* Buatlah kalimat matematis untuk mewakili masing-masing dari situasi berikut. 1. Ani memiliki beberapa pensil dan membeli lagi	1.1 $A + 5$ 1.2 $A + A = 5$ 1.3 Tidak menjawab 2.1 $A + 5 + 3$ 2.2 $A + 5 = 3$ 2.3 $3 + 5 = 8$ 2.4 Tidak menjawab	Pada tahap ini guru menegaskan bahwa sesuatu yang belum jelas berapa nilainya dapat dituliskan menjadi suatu simbol, atau dengan kata lain bahwa suatu simbol merupakan representasi dari

No.	Situasi Didaktis	Respon Siswa	Antisipasi
	lima pensil. 2. Ani memiliki beberapa pensil kemudian membeli lagi lima pensil dan sekarang membeli lagi tiga pensil. 3. Ani memiliki beberapa pensil kemudian membeli lagi lima pensil dan sekarang Ani melipatgandakan (dua kali lipat) seluruh jumlah pensil yang telah dimiliki. Pertanyaan selanjutnya. Perhatikan bentuk berikut: $3C + 5$ 4. Dapatkah simbol *C* diganti dengan angka 6? Mengapa? 5. Dapatkah simbol *C* diganti dengan angka 40? Mengapa? Jika diberikan suatu bentuk: $x + t + b = x + n + b$ 6. Apakah pernyataan tersebut selalu benar, kadang-kadang benar, tidak akan mungkin benar?	3.1 $(A + 5) \times 2 = 2(A + 5)$ 3.2 $A + 5 \times 2$ 3.3 $3 + 5 \times 2$ 3.4 $3 + 5 + 2$ 3.5 Tidak menjawab 4. Dapat diganti dengan 6 5. Dapat diganti dengan 40 6.1 Terkadang benar 6.2 Tidak akan mungkin benar	suatu nilai yang belum diketahui atau belum jelas nilainya. Simbol-simbol tersebut biasanya menggunakan huruf alfabet dari *a, b, ..., z,* dll. Baik dituliskan menggunakan huruf besar ataupun huruf kecil. Simbol-simbol berupa huruf tersebut disebut *variabel*(parameter). Sedangkan kalimat matematika yang memuat variabel tersebut disebut bentuk aljabar.

No.	Situasi Didaktis	Respon Siswa	Antisipasi
	Jelaskan jawabanmu.		

SIMPULAN

Untuk menjembatani kesulitan dalam bergerak dari aritmatika ke aljabar bentuk penalaran yang memberikan dasar untuk beberapa perubahan dari belajar aritmatika, perubahan yang mendorong munculnya pemikiran aljabar, maka diberikan suatu *learning trajectory* tahap transisi yang peneliti sebut sebagai ‘pra-aljabar (*pre-algebra*)’. Pada tahap transisi tersebut, *learning trajectory* yang diberikan adalah secara fungsional dan struktural. Secara fungsional adalah dengan memperhatikan prediksi respon siswa dan antisipasi respon siswa sesuai dengan situasi didaktis yang diberikan. Secara struktural yaitu konsep yang disajikan bertahap dan menggunakan variasi konteks untuk memperkaya pengalaman belajar siswa. Agar konsep aljabar awal tertanam lebih kuat, diberikan latihan-latihan soal yang memiliki konteks variatif, melalui informasi secara langsung ataupun tidak langsung dan tingkat soal disusun secara hirarkis dari sederhana hingga kompleks sesuai dengan urutan materi yang diberikan.

Terimakasih kepada Kemenristek Dikti atas bantuan dana hibah Penelitian Dosen Pemula tahun pelaksanaan 2018 yang telah menjadi sumber dana bagi pelaksanaan penelitian yang menjadi dasar tersusunnya artikel ini.

DAFTAR RUJUKAN

Brousseau, G. 1997. *Theory of Didactical Situations in Mathematics (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield Eds & Trans).*Dordrecht, Netherland: Kluwer Academic

Kieran, C. 2004. *Algebraic Thinking in Early Grades: What Is It?.* The Mathematics Educator 2004, Vol.8, No.1, 139 – 151

Lincoln, Y. S., & Guba E. G. 1985. *Naturalistic Inquiry.* California: Sage Publications, Inc

Malara N.A. & Navarra G. 2002. *ArAl: a Project for an Early Approach to Algebraic Thinking.* GREM, Department of Mathematics, University of Modena-Reggio E.,Italy

Minnick, J. H., & Strauss, R. C. 1969. *Beginning Algebra.* New Jersey: Prentice-Hall, Inc

Moleong, L. J. 2009. *Metodologi Penelitian Kualitatif: EdisiRevisi.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya

Pinter, Charles C. 1982. *A Book Of Abstract Algebra*. Amerika: McGraw-Hill, Inc

Radford, L. 2012. *Early Algebraic Thinking Epistemological, Semiotic, And Developmental Issues.* 12th International Congress on Mathematical Education Program COEX, Seoul, Korea

Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D.* Bandung: Penerbit Alfabeta

Suratno, T. 2009. *Memahami Kompleksitas Pengajaran-Pembelajaran dan Kondisi Pendidikan dan Pekerjaan Guru*, [online]. Tersedia:http://the2the.com/eunice/document/TSuratno_complex_syndrome.pdf&sa=UU&ei/ [22 Oktober 2013]

Suryadi, D. 2008. *Metapedadidaktik dalam Pembelajaran Matematika: Suatu Strategi Pengembangan Diri Menuju Guru Matematika Profesional.* Pidato Guru Besar Universitas Pendidikan Indonesia

Suryadi, D. 2011. *Kesetaraan Dedactical Design Research (DDR) dengan Matematika Realistik dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika.* Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNS

Suryadi, D. 2013. *Didactical Design Research (DDR) dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika.* Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika

Wooton, W. & Drooyan, I. 1968. *Intermediate Algebra: Second Alternate Edition.* California: Wadsworth Publishing Company, Inc.